3.25) $x = a e^{bt}$

Para linealizarlo usamos la func. logaritmo:

$\ln(x) = \ln(a e^{bt})$

$\to \ln(x) = \ln(a) + \ln(e^{bt})$

$\to \ln(x) = \ln(a) + b.t$

Llamamos $\alpha = \ln(a)$

$\to \ln(x) = \alpha + b.t$

Aplicamos datos iniciales:

$$\begin{cases} \ln(16) = \alpha + b.1 \\ \ln(27) = \alpha + b.2 \\ \ln(45) = \alpha + b.3 \\ \ln(74) = \alpha + b.4 \\ \ln(122) = \alpha + b.5 \end{cases}$$

Lo escribo en forma matricial:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ 1 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}}_{A} \begin{pmatrix} \alpha \\ b \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \ln(16) \\ \ln(27) \\ \ln(45) \\ \ln(74) \\ \ln(122) \end{pmatrix}}_{b}$$

Utilizo método de cuadrados mínimos:

Es un sist. incompatible.

Uso ecuaciones normales:

$$A^T \cdot A \begin{pmatrix} \alpha \\ b \end{pmatrix} = A^T \cdot b$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 5 & 15 \\ 15 & 55 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18.983 \\ 62.021 \end{pmatrix}$$

Entonces resolviendo el sist. de ecuaciones queda:

$$\alpha = 2.275 \quad , \quad \boxed{b = 0.507}$$

Como las incógnitas eran a y b:

$$\alpha = \ln(a) \to a = e^{\alpha} \to \boxed{a \cong 9.731}$$

Entonces:

$$\boxed{x = 9.731\, e^{0.507t}}$$

En una semana:

$$x(7) = 9.731\, e^{0.507 \cdot 7} \cong \boxed{338}$$